

MATeMATyka 3

Plan wynikowy: Zakres podstawowy i rozszerzony

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

K- dopuszczający; P-dostateczny; R-dobry; D –bardzo dobry; W- celujący

| Temat lekcji | Zakres treści | Osiągnięcia ucznia | Poziom wymagań | Liczba godzin |
|-----------------------------|--|--|--|---------------|
| 1. CIĄGI | | | | 27 |
| 1. Pojęcie ciągu | <ul style="list-style-type: none">– pojęcie ciągu– wykres ciągu– wyraz ciągu | Uczeń: <ul style="list-style-type: none">– wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów– szkicuje wykres ciągu | K–P K–P | 1 |
| 2. Sposoby określania ciągu | <ul style="list-style-type: none">– sposoby określania ciągu | Uczeń: <ul style="list-style-type: none">– wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów– wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym– wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość– wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki | K–P K–P P R–D | 2 |
| 3. Ciągi monotoniczne (1) | <ul style="list-style-type: none">– definicja ciągu rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego | Uczeń: <ul style="list-style-type: none">– podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki– uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy– wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym– bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji– wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym– dowodzi monotoniczności ciągów określonych wzorami postaci: $b_n = ca_n + d$ oraz $b_n = a_n^2$, gdzie (a_n) jest ciągiem monotonicznym, zaś $c, d \in \mathbf{R}$ | K–P K–P K–P P–R P–D R–W | 1 |

| | | | | |
|---|---|---|-----------------------------|---|
| 4. Ciągi określone rekurencyjnie | – określenie rekurencyjne ciągu | Uczeń: – wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie – wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu | K–P P–R R–D | 1 |
| 5. Ciągi monotoniczne (2) | – suma, różnica, iloczyn i iloraz ciągów | Uczeń: – wyznacza wzór ogólny ciągu, będący wynikiem wykonania działań na danych ciągach – bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu | K–R P–D R–W | 1 |
| 6. Ciąg arytmetyczny (1) | – określenie ciągu arytmetycznego i jego różnicy – wzór ogólny ciągu arytmetycznego – monotoniczność ciągu arytmetycznego – pojęcie średniej arytmetycznej | Uczeń: – podaje przykłady ciągów arytmetycznych – wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę – wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy – stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego – określa monotoniczność ciągu arytmetycznego | K K–P P P–R P–R | 1 |
| 7. Ciąg arytmetyczny (2) | – stosowanie własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań | Uczeń: – sprawdza, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym – wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny – stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań | P–R P–D P–D | 1 |
| 8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | – wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | Uczeń: – oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych – rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego | K–P P–R R–D | 2 |

| | | | | |
|---|---|---|--|---|
| 9. Ciąg geometryczny (1) | <ul style="list-style-type: none"> – określenie ciągu geometrycznego i jego ilorazu – wzór ogólny ciągu geometrycznego | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje przykłady ciągów geometrycznych – wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz – wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy – sprawdza, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym | <p>K K-P P P-R</p> | 1 |
| 10. Ciąg geometryczny (2) | <ul style="list-style-type: none"> – monotoniczność ciągu geometrycznego – pojęcie średniej geometrycznej | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – określa monotoniczność ciągu geometrycznego – stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań – wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny | <p>P-R P-D P-D</p> | 1 |
| 11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego | <ul style="list-style-type: none"> – wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego – stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach | <p>K-P P-R</p> | 2 |
| 12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania | <ul style="list-style-type: none"> – własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego do rozwiązywania zadań | <p>P-D</p> | 2 |
| 13. Procent składany | <ul style="list-style-type: none"> – procent składany – kapitalizacja, okres kapitalizacji – stopa procentowa: nominalna i efektywna | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji – oblicza oprocentowanie lokaty – określa okres oszczędzania – rozwiązuje zadania związane z kredytami | <p>K-P P-R P-R P-R</p> | 2 |

| | | | | |
|----------------------------------|---|---|--------------------------|----------|
| 14. Granica ciągu | <ul style="list-style-type: none"> - określenie granicy ciągu - pojęcia: ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, prawie wszystkie wyrazy ciągu, ciąg stały - twierdzenia o granicy ciągu $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$ oraz ciągu $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę - bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość - podaje granicę ciągu $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$ oraz ciągu $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ | <p>K-P P-R K</p> | <p>1</p> |
| 15. Granica niewłaściwa | <ul style="list-style-type: none"> - pojęcia: ciąg rozbieżny, granica niewłaściwa - określenie ciągu rozbieżnego do ∞ oraz ciągu rozbieżnego do $-\infty$ - twierdzenia o rozbieżności ciągu $a_n = q^n$, gdy $q > 1$ oraz ciągu $a_n = n^k$, gdy $k > 0$ | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy - bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby - wie, że ciągi $a_n = q^n$, gdy $q > 1$ oraz ciągi $a_n = n^k$, gdy $k > 0$ są rozbieżne do ∞ | <p>K-P P-R K</p> | <p>1</p> |
| 16. Obliczanie granic ciągów (1) | <ul style="list-style-type: none"> - twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych | <p>P-D</p> | <p>1</p> |
| 17. Obliczanie granic ciągów (2) | <ul style="list-style-type: none"> - twierdzenie o własnościach granic ciągów rozbieżnych - symbole nieoznaczone - twierdzenie o trzech ciągach | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych - oblicza granice ciągu, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach | <p>P-D W</p> | <p>1</p> |

| | | | | |
|---|---|---|----------------------------|-----------|
| 18. Szereg geometryczny | <ul style="list-style-type: none"> – pojęcia: szereg geometryczny, suma szeregu geometrycznego – wzór na sumę szeregu geometrycznego o ilorazie $q \in (-1; 1)$ – warunek zbieżności szeregu geometrycznego | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny – oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego – stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym | <p>K–P P–D P–D</p> | 2 |
| 19. Powtórzenie wiadomości 20. Praca klasowa i jej omówienie | | | | 3 |
| 2. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY | | | | 29 |
| 1. Granica funkcji w punkcie | <ul style="list-style-type: none"> – intuicyjne pojęcie granicy – określenie granicy funkcji w punkcie | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu – uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie | <p>K–R P–R</p> | 1 |
| 2. Obliczanie granic | <ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji w punkcie – twierdzenie o granicy funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie – twierdzenie o granicach funkcji sinus i cosinus w punkcie | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie – oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie – oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie | <p>K–R P–D P–D</p> | 2 |

| | | | | |
|--------------------------------------|---|--|----------------------------|---|
| 3. Granice jednostronne | <ul style="list-style-type: none"> – określenie granic: prawostronnej, lewostronnej funkcji w punkcie – twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie | <p>K–D P–D</p> | 1 |
| 4. Granice niewłaściwe | <ul style="list-style-type: none"> – określenie granicy niewłaściwej funkcji w punkcie – określenie granicy niewłaściwej jednostronnej funkcji w punkcie – twierdzenie o wartościach granic niewłaściwych funkcji wymiernych w punkcie – pojęcie asymptoty pionowej wykresu funkcji | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – oblicz granice niewłaściwe funkcji w punkcie – wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji | <p>P–D P–D P–D</p> | 1 |
| 5. Granice funkcji w nieskończoności | <ul style="list-style-type: none"> – określenie granicy funkcji w nieskończoności – twierdzenie o własnościach granicy funkcji w nieskończoności – pojęcie asymptoty poziomej wykresu funkcji | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza granice funkcji w nieskończoności – wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji | <p>K–D K–D</p> | 1 |
| 6. Ciągłość funkcji | <ul style="list-style-type: none"> – określenie ciągłości funkcji – twierdzenie o ciągłości sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych w punkcie | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza ciągłość funkcji w punkcie – sprawdza ciągłość funkcji – wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze | <p>K–R P–D R–D</p> | 2 |

| | | | | |
|--------------------------------------|---|--|--------------------------|---|
| 7. Własności funkcji ciągłych | <ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich – twierdzenie Weierstrassa | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania – stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym | P–D P–D | 1 |
| 8. Pochodna funkcji | <ul style="list-style-type: none"> – pojęcia: iloraz różnicowy, styczna, sieczna – określenie pochodnej funkcji w punkcie – interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie – stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie – oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią OX – uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie | K–R P–D P–D R–D | 2 |
| 9. Funkcja pochodna | <ul style="list-style-type: none"> – określenie funkcji pochodnej dla danej funkcji – wzory na pochodne funkcji $y = x^n$ oraz $y = \sqrt{x}$ | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – korzysta ze wzorów do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie – wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki – na podstawie definicji wyprowadza wzory na pochodne funkcji | K–R P–D R–W | 2 |
| 10. Działania na pochodnych | <ul style="list-style-type: none"> – twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji – pochodne funkcji trygonometrycznych | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania wartości pochodnej w punkcie oraz do wyznaczania funkcji pochodnej – stosuje wzory na pochodne do rozwiązywania zadań dotyczących stycznej do wykresu funkcji – wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji | K–D P–D D–W | 2 |
| 11. Interpretacja fizyczna pochodnej | <ul style="list-style-type: none"> – interpretacja fizyczna pochodnej | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał | K–R | 1 |

| | | | | |
|---|---|--|--------------------------|-----------|
| 12. Funkcje rosnące i malejące | – twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej | Uczeń: – korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji – uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze – wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna | K–R P–R P–D | 1 |
| 13. Ekstrema funkcji | – pojęcia: minimum lokalne, maksimum lokalne – warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum | Uczeń: – podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu – wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający jego istnienia – wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie – uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum | K–P K–R P–R P–D | 2 |
| 14. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji | – wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym | Uczeń: – wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym – stosuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji do rozwiązywania zadań | K–R P–D | 1 |
| 15. Zagadnienia optymalizacyjne | – zagadnienia optymalizacyjne | Uczeń: – stosuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych | P–D | 2 |
| 16. Szkicowanie wykresu funkcji | – schemat badania własności funkcji | Uczeń: – zna schemat badania własności funkcji – bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli – szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności | K K–D K–D | 3 |
| 17. Powtórzenie wiadomości 18. Praca klasowa i jej omówienie | | | | 4 |
| 3. PLANIMETRIA | | | | 16 |

| | | | | |
|-------------------------------|--|---|------------------------|---|
| 1. Długość okręgu i pole koła | <ul style="list-style-type: none"> – wzory na długość okręgu i długość łuku okręgu – wzory na pole koła i pole wycinka koła | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje wzory na długość okręgu i długość łuku okręgu oraz wzory na pole koła i pole wycinka koła – stosuje poznane wzory do obliczania pól i obwodów figur | K P–D | 1 |
| 2. Kąty w okręgu | <ul style="list-style-type: none"> – pojęcie kąta środkowego – pojęcie kąta wpisanego – twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku – twierdzenie o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku – twierdzenie o kącie wpisanym, opartym na półokręgu – twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu – wielokąt wpisany w okrąg | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte – stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu – rozwiązuje zadania dotyczące wielokąta wpisanego w okrąg – formułuje i dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu | K K–R P–D D–W | 1 |
| 3. Okrąg opisany na trójkącie | <ul style="list-style-type: none"> – okrąg opisany na trójkącie – wielokąt opisany na okręgu | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie – stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej | K–D R–D | 1 |
| 4. Okrąg wpisany w trójkąt | <ul style="list-style-type: none"> – okrąg wpisany w trójkąt – wzór na pole trójkąta $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$, gdzie a, b, c są długościami boków tego trójkąta, a r – długością promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny – rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt – przekształca wzory na pole trójkąta i udowadnia je | K–P K–D D–W | 1 |

| | | | | |
|---|--|--|---------------------|-----------|
| 5. Czworokąty wypukłe | <ul style="list-style-type: none"> – pojęcie figury wypukłej – rodzaje czworokątów | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – określa własności czworokątów – stosuje własności czworokątów wypukłych do rozwiązywania zadań z planimetrii | K K-D | 1 |
| 6. Okrąg opisany na czworokącie | <ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg – stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań | K-P P-D | 2 |
| 7. Okrąg wpisany w czworokąt | <ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg – stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań – dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt | K-P P-D W | 2 |
| 8. Twierdzenie sinusów | <ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie sinusów | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów – stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zdań o kontekście praktycznym – przeprowadza dowód twierdzenia sinusów | K-D P-D W | 2 |
| 9. Twierdzenie cosinusów | <ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie cosinusów | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zdań o kontekście praktycznym – przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów | K-D P-D W | 2 |
| 10. Powtórzenie wiadomości 11. Praca klasowa i jej omówienie | | | | 3 |
| 4. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE | | | | 24 |

| | | | | |
|-------------------------------------|--|---|--|---|
| 1. Potęga o wykładniku wymiernym | <ul style="list-style-type: none"> – definicja pierwiastka n-tego stopnia – definicja potęgi o wykładniku wymiernym liczby dodatniej – prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza pierwiastek n-tego stopnia – oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych – zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym – upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach | <p>K K K–P P–R</p> | 2 |
| 2. Potęga o wykładniku rzeczywistym | <ul style="list-style-type: none"> – definicja potęgi o wykładniku rzeczywistym liczby dodatniej – prawa działań na potęgach o wykładnikach rzeczywistych | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie – upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach – porównuje liczby przedstawione w postaci potęg | <p>K P–R P–D</p> | 1 |
| 3. Funkcje wykładnicze | <ul style="list-style-type: none"> – definicja funkcji wykładniczej – wykres funkcji wykładniczej – własności funkcji wykładniczej | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów – sprawdza, czy punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej – szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności – porównuje liczby przedstawione w postaci potęg – wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres – rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej | <p>K K K P P R–D</p> | 2 |

| | | | | |
|---|--|--|---------------------------|---|
| 4. Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej | <ul style="list-style-type: none"> – metody szkicowania wykresów funkcji wykładniczych w różnych przekształceniach | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor – szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x)$, $y = f(x)$, mając dany wykres funkcji wykładniczej $y = f(x)$ – szkicuje wykres funkcji wykładniczej otrzymany w wyniku złożenia kilku przekształceń – rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze, korzystając z odpowiednio przekształconego wykresu funkcji wykładniczej – rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej | K P R-D R-D D | 2 |
| 5. Własności funkcji wykładniczej | <ul style="list-style-type: none"> – różnowartościowość funkcji wykładniczej – monotoniczność funkcji wykładniczej | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej – rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej | K-R K-R | 1 |
| 6. Logarytm | <ul style="list-style-type: none"> – definicja logarytmu – własności logarytmu: $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$, gdzie $a > 0$, $a \neq 1$ – równości: $\log_a a^x = x$, $a^{\log_a b} = b$, gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$, $b > 0$ – pojęcie logarytmu dziesiętnego | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza logarytm danej liczby – stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczeń – wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej – podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic | K P-R P-R R | 1 |

| | | | | |
|--------------------------|---|---|--|----------|
| 7. Własności logarytmów | <ul style="list-style-type: none"> - twierdzenia o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu oraz logarytmie potęgi | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami - podaje założenia i zapisuje w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy - stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń - dowodzi twierdzenia o logarytmach | <p>K-R</p> <p>P</p> <p>R-D</p> <p>D-W</p> | <p>2</p> |
| 8. Funkcje logarytmiczne | <ul style="list-style-type: none"> - definicja funkcji logarytmicznej - wykres funkcji logarytmicznej - własności funkcji logarytmicznej | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej - szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności - wyznacza wzór funkcji logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu - szkicuje wykres funkcji logarytmicznej typu $f(x) = \log_a(x - p) + q$ - wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie - rozwiązuje proste nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej - wykorzystuje własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań różnego typu | <p>K</p> <p>K</p> <p>P</p> <p>P</p> <p>P-R</p> <p>P-R</p> <p>R-D</p> | <p>2</p> |

| | | | | |
|---|---|---|----------------------------------|-----------|
| 9. Przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej | – metody szkicowania wykresów funkcji logarytmicznych w różnych przekształceniach | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor – szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x)$, $y = f(x)$, mając dany wykres funkcji logarytmicznej $y = f(x)$ – szkicuje wykres funkcji logarytmicznej otrzymany w wyniku złożenia kilku przekształceń – rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej – rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji logarytmicznej – zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów płaszczyzny (x, y) spełniających podany warunek | K P-D R-D R-D D W | 2 |
| 10. Zmiana podstawy logarytmu | – twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami – stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami – wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie | K P-R W | 2 |
| 11. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne – zastosowania | – zastosowania funkcji wykładniczej i logarytmicznej | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym | P-D | 3 |
| 12. Powtórzenie wiadomości 13. Praca klasowa i jej omówienie | | | | 4 |
| 5. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA | | | | 25 |

| | | | | |
|-----------------------------|--|---|---------------------------------------|---|
| 1. Reguła mnożenia | <ul style="list-style-type: none"> – reguła mnożenia – ilustracja zbioru wyników doświadczenia za pomocą drzewa | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wypisuje wyniki danego doświadczenia – stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia | <p>K–P</p> <p>K–R</p> <p>K–R</p> | 1 |
| 2. Permutacje | <ul style="list-style-type: none"> – definicja permutacji – definicja $n!$ – liczba permutacji zbioru n-elementowego | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wypisuje permutacje danego zbioru – oblicza liczbę permutacji danego zbioru – przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni – wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań | <p>K</p> <p>K</p> <p>K</p> <p>P–D</p> | 1 |
| 3. Wariacje bez powtórzeń | <ul style="list-style-type: none"> – definicja wariacji bez powtórzeń – liczba k-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru n-elementowego | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań | <p>K–R</p> <p>P–D</p> | 1 |
| 4. Wariacje z powtórzeniami | <ul style="list-style-type: none"> – definicja wariacji z powtórzeniami – liczba k-elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru n-elementowego | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań | <p>K–R</p> <p>P–D</p> | 2 |

| | | | | |
|----------------------------|---|---|---|---|
| 5. Kombinacje | <ul style="list-style-type: none"> – definicja kombinacji – liczba k-elementowych kombinacji zbioru n-elementowego – symbol Newtona – wzór dwumianowy Newtona | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza wartość symbolu Newtona $\binom{n}{k}$, gdzie $n \geq k$ – oblicza liczbę kombinacji – wypisuje k-elementowe kombinacje danego zbioru – wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań – wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczania współczynników wielomianów – uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona | <p style="text-align: center;">K</p> <p style="text-align: center;">K–R K–P K–D</p> <p style="text-align: center;">W</p> <p style="text-align: center;">W</p> | 2 |
| 6. Kombinatoryka – zadania | <ul style="list-style-type: none"> – reguła dodawania – zestawienie podstawowych pojęć kombinatoryki: permutacje, wariacje i kombinacje – określenie permutacji z powtórzeniami – liczba n-elementowych permutacji z powtórzeniami | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań | <p style="text-align: center;">K–R</p> <p style="text-align: center;">K–D</p> | 2 |

| | | | | |
|---------------------------------|---|---|---|---|
| 7. Zdarzenia losowe | <ul style="list-style-type: none"> - pojęcie zdarzenia elementarnego - pojęcie przestrzeni zdarzeń elementarnych - pojęcie zdarzenia losowego - wyniki sprzyjające zdarzeniu losowemu - zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe - suma, iloczyn i różnica zdarzeń losowych - zdarzenia wykluczające się - zdarzenie przeciwne | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - określa przestrzeń zdarzeń elementarnych - podaje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu - określa zdarzenie niemożliwe i zdarzenie pewne - wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych - wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się | <p>K-P K-P K-P P-D K-P</p> | 1 |
| 8. Prawdopodobieństwo klasyczne | <ul style="list-style-type: none"> - pojęcie prawdopodobieństwa - klasyczna definicja prawdopodobieństwa | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa - stosuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje, wariacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń | <p>K-D K-D</p> | 2 |

| | | | | |
|---|--|---|---------------------------------------|----------|
| <p>9. Własności prawdopodobieństwa</p> | <ul style="list-style-type: none"> - określenie prawdopodobieństwa: <ol style="list-style-type: none"> 1. $0 \leq P(A) \leq 1$ dla $A \subset \Omega$ 2. $P(\emptyset) = 0$, $P(\Omega) = 1$ 3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dla dowolnych zdarzeń rozłącznych $A, B \subset \Omega$ - własności prawdopodobieństwa: <ol style="list-style-type: none"> 1. Jeżeli $A, B \subset \Omega$ oraz $A \subset B$, to $P(A) \leq P(B)$. 2. Jeżeli $A \subset \Omega$, to $P(A') = 1 - P(A)$. 3. Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$. 4. Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. - rozkład prawdopodobieństwa | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką - oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego - stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń - stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń | <p>K-P K P-R D-W</p> | <p>2</p> |
| <p>10. Prawdopodobieństwo warunkowe</p> | <ul style="list-style-type: none"> - definicja prawdopodobieństwa warunkowego - drzewo probabilistyczne | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza prawdopodobieństwo warunkowe - stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczania potrzebnych wielkości | <p>K-D R-D</p> | <p>2</p> |

| | | | | |
|---|--|--|-----------------|----------|
| 11. Prawdopodobieństwo całkowite | <ul style="list-style-type: none"> – wzór na prawdopodobieństwo całkowite – niezależność zdarzeń | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza prawdopodobieństwo całkowite – sprawdza niezależność zdarzeń | K-D W | 2 |
| 12. Doświadczenia wieloetapowe | <ul style="list-style-type: none"> – ilustracja doświadczenia za pomocą drzewa – wzór Bayesa | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym – stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń | K-R P-D W | 2 |
| 13. Powtórzenie wiadomości 14. Praca klasowa i jej omówienie | | | | 5 |
| 6. STATYSTYKA | | | | 8 |
| 1. Średnia arytmetyczna | <ul style="list-style-type: none"> – pojęcie średniej arytmetycznej | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych – oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych na inne sposoby – wykorzystuje średnią arytmetyczną do rozwiązywania zadań | K K-R P-D | 1 |
| 2. Mediana i dominanta | <ul style="list-style-type: none"> – pojęcie mediany – pojęcie dominanty | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza medianę i dominantę zestawu danych – wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych na inne sposoby – wykorzystuje medianę i dominantę do rozwiązywania zadań | K K-R P-D | 1 |

| | | | | |
|---|--|---|--------------------------|---|
| 3. Odchylenie standardowe | <ul style="list-style-type: none"> - pojęcie wariancji - pojęcie odchylenia standardowego - pojęcie rozstępu - pojęcie odchylenia przeciętnego | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych - oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby - porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym | <p>K-P P-D W</p> | 2 |
| 4. Średnia ważona | <ul style="list-style-type: none"> - pojęcie średniej ważonej | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami - stosuje średnią ważoną do rozwiązywania zadań | <p>K-P P-D</p> | 1 |
| 5. Powtórzenie wiadomości 6. Praca klasowa i jej omówienie | | | | 3 |